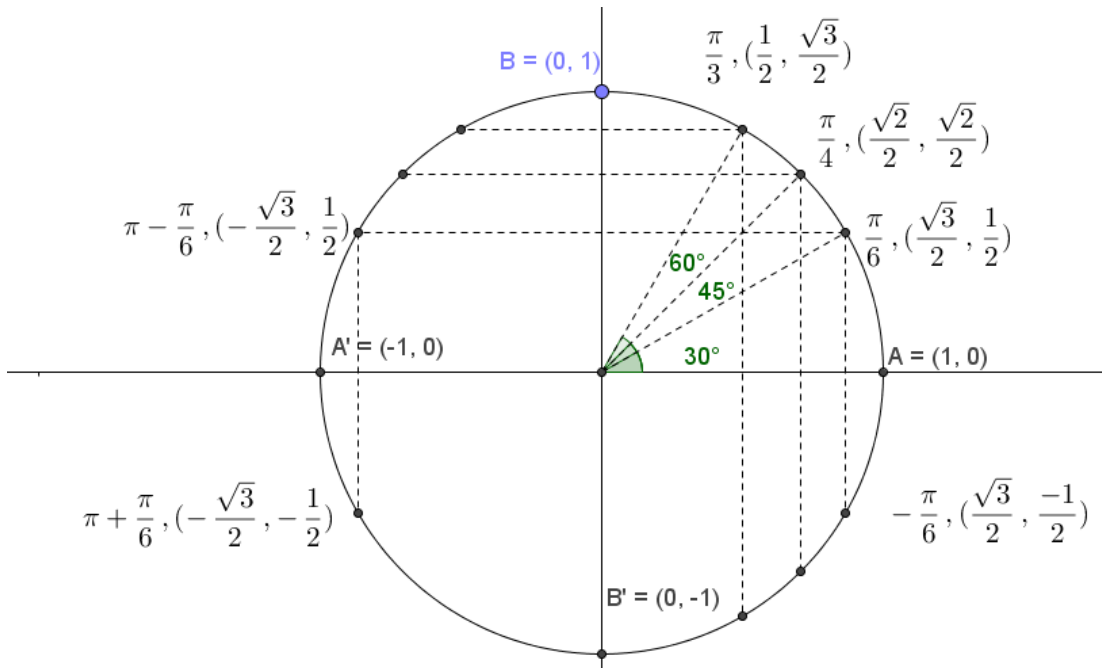


Σημειώσεις στην τριγωνομετρία



Στο παραπάνω σχήμα:

στο A αντιστοιχεί γωνία 0° ή 0 rad και **συν** $0=1$, (τετμημένη) ενώ **ημ** $0=0$ (τεταγμένη)
 Όμοια στο B... στο A'... στο B'...

Η γωνία 30° ισούται με $\pi/6$ ακτίνια, **συν** $\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, **ημ** $\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$,

αυτή η γωνία στο β' τεταρτημόριο γίνεται $\pi - \frac{\pi}{6} = 150^\circ$ και **συν** $(\pi - \frac{\pi}{6}) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$, **ημ** $(\pi - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$,

ενώ στο γ' τεταρτημόριο γίνεται $\pi + \frac{\pi}{6} = 210^\circ$ και **συν** $(\pi + \frac{\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, **ημ** $(\pi + \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{2}$

ενώ στο δ' τεταρτημόριο γίνεται $-\frac{\pi}{6}$ ή $2\pi - \frac{\pi}{6}$ και **συν** $(-\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, **ημ** $(-\frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{2}$

Όμοια η γωνία 45° ισούται..., η γωνία 60° ισούται...

Τριγωνομετρικές εξισώσεις(1)

Αν μια γωνία στο α' τεταρτημόριο είναι θ ,

τότε στο β' είναι $\pi - \theta$, στο γ' είναι $\pi + \theta$, στο δ' είναι $-\theta$

ημ $x = \eta\mu\theta$ τότε $x = \theta + 2\kappa\pi$ ή $x = \pi - \theta + 2\kappa\pi$, α'-β' τεταρτ., εκεί που το ημίτονο είναι θετικό

ημ $x = -\eta\mu\theta$ τότε $x = -\theta + 2\kappa\pi$ ή $x = \pi + \theta + 2\kappa\pi$, γ'-δ' τεταρτ., εκεί που το ημίτονο είναι αρνητικό

ημ $x = \frac{1}{2}$ τότε **ημ** $x = \eta\mu(\pi/6)$, εφαρμόστε τον παραπάνω τύπο

ημ $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ τότε **ημ** $x = -\eta\mu(\pi/3)$ εφαρμόστε τον παραπάνω τύπο

συν $x = \sigma\upsilon\nu\theta$

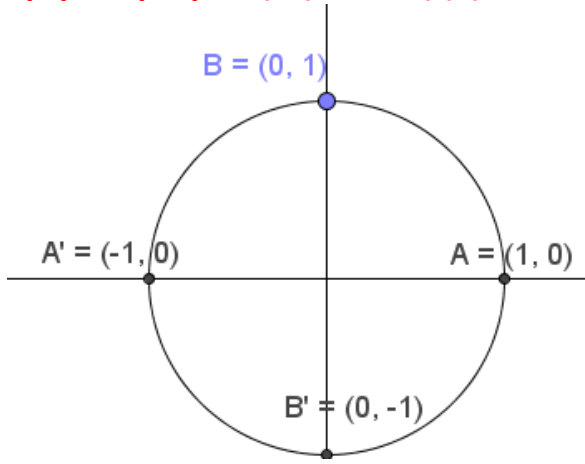
τότε $x = \theta + 2\kappa\pi$ ή $x = -\theta + 2\kappa\pi$, α'-δ' τεταρτ., εκεί που το συνημίτονο είναι θετικό

συν $x = -\sigma\upsilon\nu\theta$

τότε $x = \pi - \theta + 2\kappa\pi$ ή $x = \pi + \theta + 2\kappa\pi$, β'-γ' τεταρτ., εκεί που το συνημίτονο είναι αρνητικό

Άσκηση να λύσετε τις **ημ** $^2 x = \frac{1}{2}$, $4\sigma\upsilon\nu^2 x = 3$

Τριγωνομετρικές εξισώσεις (2)



Άσκηση να λύσετε τις

$$2\eta\mu^2x + \sigma\upsilon\nu x = 2$$

$$2\eta\mu^2x - \sqrt{3}\eta\mu x = 0$$

$$2\eta\mu^2x = -\sqrt{2}\eta\mu x$$

Στο A εκτός από το 0 αντιστοιχούν οι γωνίες $2k\pi + 0$

άρα η λύση της εξίσωσης της **$\sigma\upsilon\nu x = 1$** είναι $x = 2k\pi$

Στο B εκτός από το $\pi/2$ αντιστοιχούν οι γωνίες

$$2k\pi + \pi/2$$

άρα η λύση της εξίσωσης της **$\eta\mu x = 1$** είναι

$$x = 2k\pi + \pi/2$$

Στο A' εκτός από το π αντιστοιχούν οι γωνίες $2k\pi + \pi$

άρα η λύση της εξίσωσης της **$\sigma\upsilon\nu x = -1$** είναι

$$x = 2k\pi + \pi$$

Στο B' εκτός από το $3\pi/2$ αντιστοιχούν οι γωνίες

$$2k\pi + 3\pi/2$$

άρα η λύση της εξίσωσης της **$\eta\mu x = -1$** είναι

$$x = 2k\pi + 3\pi/2$$

Στα A, A' αντιστοιχούν γωνίες μορφής $k\pi$, στα

σημεία αυτά το ημίτονο είναι μηδέν

άρα η λύση της **$\eta\mu x = 0$** είναι $x = k\pi$

Στα B, B' αντιστοιχούν γωνίες μορφής $k\pi + \pi/2$, στα

σημεία αυτά το συνημίτονο είναι μηδέν

άρα η λύση της **$\sigma\upsilon\nu x = 0$** είναι $x = k\pi + \pi/2$

Επίσης η $\epsilon\phi x = 0$ ανάγεται σε **$\eta\mu x = 0$**

Επίσης $\sigma\phi x = 0$ ανάγεται σε **$\sigma\upsilon\nu x = 0$**

Η $\epsilon\phi x$ ορίζεται όταν $\sigma\upsilon\nu x \neq 0$ άρα $x \neq k\pi + \pi/2$

Η $\sigma\phi x$ ορίζεται όταν $\eta\mu x \neq 0$ άρα $x \neq k\pi$

Τριγωνομετρικές εξισώσεις (3)

$$\boxed{\epsilon\phi x = \epsilon\phi\theta \text{ τότε } x = k\pi + \theta \quad \sigma\phi x = \sigma\phi\theta \text{ τότε } x = k\pi + \theta}$$

$$\epsilon\phi x = 1 \Rightarrow \epsilon\phi x = \epsilon\phi(\pi/4) \Rightarrow x = k\pi + \pi/4$$

$$\sigma\phi x = -1 \Rightarrow \sigma\phi x = \sigma\phi(-\pi/4) \Rightarrow x = k\pi - \pi/4$$

Οι χαρακτηριστικοί αριθμοί για ημίτονο-συνημίτονο είναι $0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1$

ενώ για εφαπτομένη-συνεφαπτομένη είναι: $0, \frac{\sqrt{3}}{3}, 1, \sqrt{3}$

Άσκηση

Λύστε την **$\eta\mu x = -\sigma\upsilon\nu x$** όπου x ανήκει στο $[-\pi, \pi]$