

## 1. Τίτλος: Στα χνάρια του Πυθαγόρα

- **Συγγραφέας** Βλάστος Αιμίλιος
- **Γνωστική περιοχή των μαθηματικών**: Γεωμετρία

- **Θέμα- Σκεπτικό της δραστηριότητας.**

- Η ιδέα πάνω στην οποία έχει στηριχτεί ο σχεδιασμός του:α) Η δραστηριότητα του σχολικού βιβλίου που είναι και η απόδειξη του μεγάλου Φιλοσόφου Πυθαγόρα, στο ομώνυμο θεώρημα.

- β) Να καταλάβουν οι μαθητές την διαδικασία και την αναγκαιότητα μιας απόδειξης

**Η καινοτομία** που εισάγεται με τη διδασκαλία του θέματος είναι η απόδειξη του Πυθαγόρειου θεωρήματος (Π.Θ.) σε τρεις ξεχωριστές δραστηριότητες- φάσεις. Στην α' φάση την απόδειξη την κάνει το λογισμικό με μετρήσεις, στην β' φάση την κάνουν οι μαθητές μετρώντας τα εμβαδά με μονάδα μέτρησης τα κουτάκια του πλέγματος. Δημιουργείται ο προβληματισμός τι μέσα χρησιμοποίησε ο Πυθαγόρας στην Αρχαία Ελλάδα για την απόδειξη, Στην γ' φάση οι μαθητές και το λογισμικό προσομοιώνουν την απόδειξη –δραστηριότητα του σχολικού βιβλίου

- **Προστιθέμενη αξία.** Το σενάριο αναδεικνύει συγκεκριμένες δράσεις οι οποίες δεν μπορούν να υλοποιηθούν με τα συμβατικά μέσα ενώ συγχρόνως αυτές οι δράσεις επεκτείνουν τους γνωστικούς ορίζοντες του μαθητή. α) Ο μαθητής με την βοήθεια του λογισμικού έχει την δυνατότητα να χειριστεί δυναμικά ένα τρίγωνο να παρατηρήσει τις μετρήσεις των εμβαδών, να καταλάβει την σχέση τους. Μερικές φορές όμως το λογισμικό χάνει κάποια δεκαδικά (στην στρογγυλοποίηση), με αποτέλεσμα να αναρωτηθούν οι μαθητές αν υπάρχει άλλος τρόπος. β) Δίνεται η ευκαιρία να κάνουν οι ίδιοι μετρήσεις μετρώντας τα εμβαδά με μονάδα μέτρησης τα κουτάκια του πλέγματος του περιβάλλοντος του λογισμικού. Στα περισσότερα όμως σχήματα τα κουτάκια δεν είναι ολόκληρα οπότε πάλι υπάρχει αδυναμία. γ) οι μαθητές βρίσκονται αντιμέτωποι στο ερώτημα πώς χωρίς την χρήση της τεχνολογίας, χωρίς μετρήσεις αποδείχθηκε το Π.Θ.

- δ) Οι μαθητές συμμετέχουν ενεργά στην αναζήτηση τρόπου επιβεβαίωσης της εικασίας ότι  $E1+E2 = E$  και αυτά είναι αριθμοί, τα εμβαδά των τετραγώνων. Γνωρίζουν έτσι ότι με τα μικρά τετράγωνα κάνουν πρόσθεση.

- ε) Η συμμετοχή τους είναι βιωματική και ταυτόχρονα μια πορεία προς τα πίσω προς τα αρχαία χρόνια που δημιουργούσαν οι Έλληνες Μαθηματικοί.

**Καινοτομία:** Σε μια δραστηριότητα οι μαθητές με την βοήθεια του λογισμικού επιχειρούν να επιβεβαιώσουν το Π.Θ. τρεις διαφορετικές φορές, με σειρά η κάθε μία τέτοια που να κινητοποιεί την ενεργητική συμμετοχή τους. Έτσι η κατάκτηση της επιθυμητής γνώσης γίνεται βιωματική άρα και μακροπρόθεσμη.

## 2. **Γνωστικά – διδακτικά προβλήματα** Η συνήθης πρακτική δείχνει ότι οι περισσότερες διδασκαλίες στοχεύουν στο να μάθουν οι μαθητές φορμαλιστικά το Π.Θ και τις εφαρμογές του, με αποτέλεσμα να μην κατανοούν ότι λέγοντας τετράγωνο πλευράς εννοούμε το εμβαδό του τετραγώνου. Έτσι παρατηρούνται λάθη και δυσκολίες στο αν μεταξύ των τετραγώνων απαιτείται πρόσθεση ή αφαίρεση. Άλλη δυσκολία είναι όταν θέλουν οι μαθητές να υπολογίσουν την πλευρά, δηλαδή την τετραγωνική ρίζα, αδυνατούν να ξεχωρίσουν την πλευρά από το εμβαδόν.

- **Σε ποιους απευθύνεται:** Σε μαθητές της Β Γυμνασίου
- **Χρόνος υλοποίησης.** Μία (1) διδακτική ώρα
- **Χώρος υλοποίησης.** οι μαθητές θα εργαστούν εξ' ολοκλήρου στο εργαστήριο υπολογιστών, ή στην αίθουσα με τον διαδραστικό πίνακα

- **Προαπαιτούμενες γνώσεις των μαθητών.**

Το απαιτούμενο γνωστικό υπόβαθρο των μαθητών είναι : Η έννοια του ορθογώνιου τριγώνου, επίλυση εξισώσεων.

- **Απαιτούμενα βοηθητικά υλικά και εργαλεία:** Φύλλο εργασίας, το λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας GSP και οι H-Y.

- **Κοινωνική ενορχήστρωση της τάξης.** οι μαθητές θα εργαστούν σε ομάδες των 4 ατόμων, οι ρόλοι των μαθητών είναι να προβούν στις μαθησιακές δράσεις που προκύπτουν από το φύλλο εργασίας και να εμπλακούν στις αλληλεπιδραστικές δράσεις με το λογισμικό, με τους συμμαθητές τους και με τον διδάσκοντα. Οι αναμενόμενες διδακτικές παρεμβάσεις του εκπαιδευτικού είναι περισσότερο ο συντονισμός των φάσεων της δραστηριότητας, η καθοδήγηση σε θέματα κατασκευών και οι προβληματισμοί που θα θέσει στους μαθητές

- **Στόχοι της δραστηριότητας**

**α) Διδακτικοί:** Το σενάριο αυτό θέτει τον προβληματισμό της μεθόδου επιβεβαίωσης του Π.Θ.


Άλλοι διδακτικοί στόχοι αναφέρονται παρακάτω στην ανάλυση της δραστηριότητας

**β) Παιδαγωγικοί:** Το παρών σενάριο δημιουργεί μαθησιακό περιβάλλον που εμπλέκει μαθητές, λογισμικό, καθηγητή. Η αλληλεπίδραση αυτή έχει δύο διαστάσεις. Η πρώτη αφορά στην αλληλεπίδραση μεταξύ μαθητών και εκπαιδευτικού, μαθητών με μαθητές, εκπαιδευτικών με εκπαιδευτικούς. Η δεύτερη αφορά στην αλληλεπίδραση των χρηστών με την πληροφορία και τη διαχείρισή της μέσω των ΤΠΕ.

- **Ανάλυση της δραστηριότητας.**

Ερωτήσεις φύλλου εργασίας	Διδακτικοί στόχοι.	Μαθησιακές Δράσεις (τι αναμένεται από μαθητή/ομάδα να κάνει μαζί με εκπαιδευτικό και τα υπολογιστικά μέσα)	Αναμενόμενες διδακτικές παρεμβάσεις
<b>Α' φάση: Μέτρηση με την βοήθεια του λογισμικού</b>			
Κινείστε το Β ή το Γ. Τι παρατηρείτε;	Οι μαθητές να αποκτήσουν κινητικές δεξιότητες, να παρατηρήσουν, να εικάσουν, να κατανοήσουν ότι τα τετράγωνα δημιουργήθηκαν με πλευρές τις πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου .	Οι μαθητές να παρατηρήσουν ότι αλλάζει το τρίγωνο, ότι αλλάζουν οι πλευρές, αλλά και τα εμβαδά που δημιουργούνται από τις πλευρές.	Ο διδάσκων εξηγεί στους μαθητές ότι σε αυτή την φάση πρέπει να μπορούν να ονοματίζουν τα τετράγωνα με τα χρώματά τους αλλά και με τα σύμβολά τους E1 , E2 ,E
Υπάρχει κάποια σχέση μεταξύ των εμβαδών;	Να παρατηρήσουν οι μαθητές ότι $E1 + E2 = E$	Να αναρωτηθούν πώς μπορεί να γίνει αυτό. Να κάνουν διάφορες πράξεις με αυτούς τους αριθμούς και ειδικότερα με τους μικρότερους.	Παρακολουθεί τους μαθητές, όταν βρουν την σωστή σχέση τους προτρέπει να την επιβεβαιώσουν σε διάφορα τρίγωνα. Κατόπιν εξηγεί στους μαθητές ότι εκτός από την αυθεντία των μετρήσεων του λογισμικού(που μερικές φορές χάνεται εξαιτίας στρογγυλοποιήσεων), θα δοθεί στους μαθητές η δυνατότητα να κάνουν οι ίδιοι τις μετρήσεις.

**Β' φάση: Οι μαθητές μετρούν τα εμβαδά**

<p>Πάρτε δύο ακόμα σημεία. Ωστε να δημιουργήσετε ορθογώνιο τρίγωνο. Ενώ είναι επιλεγμένα ανά δύο τα σημεία κατασκευάστε τμήματα.</p>	<p>Οι μαθητές να αποκτήσουν κινητικές δεξιότητες σε δύο εργαλεία του λογισμικού GSP</p>  <p>. Το εργαλείο σημείων, για την αποτύπωση των σημείων και την επιλογή κατασκευή από την γραμμή μενού</p>		<p>Ο διδάσκων βοηθά τους μαθητές στην εύρεση των εργαλείων.</p>
<p>Πάρτε το εργαλείο τετράγωνο, επιλέξτε τα άκρα μιας πλευράς για να φτιάξετε τετράγωνο.</p>	<p>Δεν αφήνουμε τους μαθητές να κατασκευάσουν τετράγωνο από μόνοι τους γιατί είναι χρονοβόρο και δεν είναι αυτός ο στόχος. Ο διδάσκων έχει κατασκευάσει ένα νέο εργαλείο το τετράγωνο το οποίο επιτρέπει με δύο κλικ οπουδήποτε να σχηματιστεί τετράγωνο</p>	<p>Οι μαθητές κατασκευάζουν τετράγωνα απλά επιλέγοντας δύο άκρα</p>	<p>Ο καθηγητής παρακολουθεί τις κατασκευές των τετραγώνων. Επειδή κάποια τετράγωνα μπορεί να μην κατασκευαστούν εξωτερικά, βοηθά τους μαθητές να κάνουν αναίρεση και μετά να κάνουν σωστά την κατασκευή κάνοντας κλικ στα σημεία με διαφορετική σειρά.</p>
<p>Μετρήστε τα Εμβαδά των τετραγώνων με μονάδα μέτρησης το ένα κουτάκι του πλέγματος.</p>	<p>Να μπορούν οι μαθητές να χρησιμοποιήσουν μια μονάδα μέτρησης εμβαδού για μετρήσεις</p>	<p>Οι μαθητές μετρούν κουτάκια.</p>	<p>Αν κάποιος μαθητής είχε κατασκευάσει ισοσκελές τρίγωνο, τότε η μέτρηση είναι εφικτή αφού έχει να μετρήσει ολόκληρα και μισά. Διαφορετικά είναι δύσκολη η μέτρηση αφού απαιτείται «κόψιμο και ράψιμο».</p> <p>Ο διδάσκων το επισημαίνει, καλεί και τους υπόλοιπους μαθητές να αλλάξουν το τρίγωνο ώστε να δουν και τις δύο περιπτώσεις.</p> <p>Τελικά γράφει στον πίνακα πάλι την σχέση <math>E_1 + E_2 = E</math>.</p> <p>Δημιουργεί όμως τον προβληματισμό πώς ο Πυθαγόρας βρήκε αυτή την σχέση χωρίς την βοήθεια μετρήσεων. Που δεν ήταν διαθέσιμες εκείνη την εποχή. Ενημερώνει τους μαθητές ότι θα βρουν την σχέση αυτή με τον τρόπο του Πυθαγόρα.</p>

**Γ' φάση: Οι μαθητές στα χάρια της σκέψης του Πυθαγόρα.**

<p>Πατήστε διαδοχικά τα κουμπιά στο σχήμα 1. Τι παρατηρείτε; Κάντε το ίδιο για το σχήμα 2.</p>	<p>Να αποδείξουν οι μαθητές με συλλογισμούς και πράξεις την σχέση <math>E_1+E_2=E</math>.</p>	<p>Οι μαθητές απλά πατάνε κουμπιά και στο τελείωμα της κατασκευής πρέπει να αντιληφθούν πως κατασκευάστηκαν τα σχήματα 1 και 2. Να αντιληφθούν από τι αποτελείται το κάθε ένα μεγάλο τετράγωνο και την μεταξύ τους σχέση.</p>	<p>Ο διδάσκων συντονίζει και καταγράφει στον πίνακα τις απόψεις των μαθητών. Ρωτά από τι αποτελείται το κάθε τετράγωνο, το καταγράφει. Ρωτά τι είναι μεταξύ τους τα δύο μεγάλα εμβαδά. Καλεί τους μαθητές να γράψουν την σχέση <math>E_1+E_2 +4x =E +4x</math>, <math>x</math> το εμβαδόν ενός μικρού τριγώνου και καλεί τους μαθητές να την απλοποιήσουν. Έχουν ήδη διδαχθεί τις εξισώσεις. Ανακοινώνει στους μαθητές ότι πάλι <math>E_1+E_2=E</math>. Τέλος καλεί τους μαθητές να ονοματίσουν τα τετράγωνα :τετράγωνο υποτείνουσας, τετράγωνο κάθετων πλευρών και με την βοήθεια της σχέσης <math>E_1+E_2=E</math>, διατυπώνει το πυθαγόρειο θεώρημα.</p>
--	---	---	---