

## ΣΕΝΑΡΙΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

### 1. Τίτλος Αεροπορικό ταξίδι

#### .Ταυτότητα του σεναρίου.

- **Συγγραφέας:** Βλάστος Αιμίλιος
- **Γνωστική περιοχή των μαθηματικών:** Άλγεβρα
- **Θέματα:** Μεταβλητές, Συναρτήσεις, γραφική παράσταση, Σύστημα μη γραμμικών εξισώσεων  
**Σκεπτικό της δραστηριότητας.**  
Το παρόν σενάριο επιδιώκει να εμπλέξει τους μαθητές σε διερευνητικές δραστηριότητες μαθηματικής επεξεργασίας πραγματικών προβλημάτων που περιγράφονται από γραμμικές συναρτησιακές σχέσεις. Ως πλαίσιο χρησιμοποιείται ένα πρόβλημα επιλογής κατάλληλου αεροπορικού ταξιδιού με βάση προσφορές διαφορετικών εταιρειών.

#### Η ιδέα: Οι μαθητές καλούνται

- Να εισαγάγουν μεταβλητές για να εκφράσουν τα μεγέθη που θέτονται από το πρόβλημα
- Να διερευνήσουν και να βρουν τις σχέσεις του κόστους των εισιτηρίων ανάλογα με την ημέρα που αποφασίζει κάποιος να αγοράσει το εισιτήριο.
- Να αναπαραστήσουν τις τιμές των μεταβλητών σε πίνακα και σε γραφική παράσταση
- Να τροποποιήσουν την κλίμακα των αξόνων λαμβάνοντας υπόψη το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών
- Να χρησιμοποιήσουν τα προσφερόμενα εργαλεία για μετασχηματισμό των γραφικών παραστάσεων, πρώτα για πειραματισμό και μετά για μοντελοποίηση δεδομένων.
- Να χρησιμοποιήσουν τα προσφερόμενα υπολογιστικά εργαλεία ώστε να ερευνήσουν διαφορές και βέλτιστες προσεγγίσεις.

#### Καινοτομίες.

- Οι μαθητές ξεφεύγουν από το παραδοσιακό μοντέλο μάθησης, εργάζονται σε ομάδες, εμπλέκονται σε διερευνητικές διεργασίες.
- Το F.P. προσφέρει και προκαλεί αυτές τις εικασίες και τις διερευνήσεις.
- Το F.P. δημιουργεί δυναμικές αναπαραστάσεις διερεύνησης, υπολογισμού, δημιουργίας γραφικών παραστάσεων που μεταβάλλονται με τον κατάλληλο δυναμικό χειρισμό από τους μαθητές
- Τα προσφερόμενα εργαλεία του F.P. δίνουν την δυνατότητα επαλήθευσης των εικασιών και των διερευνήσεων των μαθητών. Έτσι ο καθηγητής/τρια έχει αναθέσει μέρος του κύρους και της εγκυρότητας σε ένα αξιόπιστο βοηθό που σύμφωνα με τον Papert είναι ο τεχνολογικός φίλος των μαθητών.
- Ο καθηγητής λοιπόν έχει διαφοροποιημένο ρόλο, διευκολύνει την εκπαιδευτική διαδικασία και συνεισφέρει στη δημιουργία ενός πλαισίου

κοινωνικού κονστρουκτιβισμού όπου οι αλληλεπιδράσεις και η γλώσσα του εργαλείου συντελούν στην οικοδόμηση της γνώσης του μαθητή.

### **Προστιθέμενη αξία.**

Οι παραπάνω καινοτομίες συνιστούν και την προστιθέμενη αξία του σεναρίου καθώς ο μαθητής έχει πολλές αναπαραστάσεις της έννοιας της συνάρτησης (πίνακας, γραφικά, μετασχηματισμοί, εγκυρότητα υπολογισμών, δυνατότητα επαλήθευσης) και περισσότερες ευκαιρίες να κατανοήσει τις διασυνδέσεις τους κατά την επίλυση ενός πραγματικού προβλήματος

Η προστιθέμενη αξία του σεναρίου από παιδαγωγική σκοπιά είναι ότι οι μαθητές μέσα από τη συνεργατική εργασία τους σε ομάδες:

- επικοινωνούν με τους συμμαθητές τους αλλά και τον καθηγητή/τρια τους
- ασκούνται στη μαθηματοποίηση του προβλήματος που ενδέχεται να συναντήσουν στην καθημερινότητά τους ή στο μέλλον, αναγνωρίζοντας έτσι τη σύνδεση της επιστήμης των μαθηματικών με πραγματικά δεδομένα και καταστάσεις
- αναπτύσσουν πρακτικές επιστημονικού διαλόγου.

### **Γνωστικά – διδακτικά προβλήματα**

- Γενικά η έννοια της συνάρτησης, η μελέτη της και η σύνδεσή της με την πραγματικότητα είναι θέματα που οι μαθητές δεν είναι εύκολο πολλές φορές ούτε να τα αντιληφθούν ούτε να τα εμπεδώσουν και κατά συνέπεια να οικοδομήσουν την επιθυμητή γνώση.
- Η παραδοσιακή διδασκαλία δε δημιουργεί πλαίσιο δράσης και δραστηριοτήτων. Έτσι ο διευκολυντικός ρόλος του καθηγητή μαζί με την γλώσσα του λογισμικού εργαλείου και τις αλληλεπιδράσεις δημιουργούν ένα πλαίσιο κοινωνικού κονστρουκτιβισμού που διευκολύνει την οικοδόμηση της γνώσης του μαθητή

## **2. Πλαίσιο εφαρμογής.**

### **• Σε ποιους απευθύνεται**

- Απευθύνεται στους μαθητές της Α Λυκείου

### **• Χρόνος υλοποίησης.**

Εκτιμάται ότι απαιτούνται δύο με τρεις διδακτικές ώρες για την υλοποίηση του σεναρίου.

### **• Χώρος υλοποίησης.**

Προτείνεται οι μαθητές να εργαστούν εξ' ολοκλήρου στο εργαστήριο υπολογιστών.

### **• Προαπαιτούμενες γνώσεις των μαθητών.**

Οι μαθητές έχουν διδαχθεί την εξίσωση ευθείας και την  $\psi = \alpha \chi^2$

### **Απαιτούμενα βοηθητικά υλικά και εργαλεία.**

Οι μαθητές θα χρησιμοποιήσουν το λογισμικό εργαλείο Function Probe το οποίο είναι ένα εργαλείο πολλαπλών αναπαραστάσεων που περιλαμβάνει τρία συσχετιζόμενα παράθυρα: το ΓΡΑΦΗΜΑ, τον ΠΙΝΑΚΑ και την Αριθμομηχανή. Το πρόγραμμα αυτό θεωρείται κατάλληλο για μελέτη και διερεύνηση συναρτήσεων.

Επίσης θα χρησιμοποιήσουν τα φύλλα εργασίας (έντυπη ή ηλεκτρονική μορφή) που θα τους δοθούν, μολύβι για να απαντούν πάνω στα φύλλα και χαρτί για να κρατούν σημειώσεις ή να κάνουν πράξεις.

### **Κοινωνική ενσχυρήστρωση της τάξης.**

Οι μαθητές θα εργαστούν σε ομάδες των δύο ή τριών μαθητών, έχουν μπροστά τους το φύλλο εργασίας, τον Η-Υ με το λογισμικό FP, χαρτί και μολύβι για να κρατούν σημειώσεις. Μέσα από τα προσφερόμενα/διαθέσιμα εργαλεία αναπαραστάσεως οι μαθητές διερευνούν, προβληματίζονται, επικοινωνούν, συζητούν, κατασκευάζουν μαθηματικά νοήματα, εκφράζονται μέσω των εννοιών των μαθηματικών. Ο εκπαιδευτικός πρέπει να γνωρίζει καλά τις δυνατότητες του λογισμικού για να οργανώσει καλά το μάθημα, να είναι έτοιμος να διαφοροποιεί το ρόλο του, να βλέπει τα ενδεχόμενα λάθη των μαθητών σε ενδιάμεση γνώση, να ανατροφοδοτεί την διδασκαλία. Ο Η-Υ και πολύ περισσότερο το εκπαιδευτικό λογισμικό είναι το διαμεσολαβητικό εργαλείο που επηρεάζει και καθορίζει τη διδασκαλία.

### **Στόχοι της δραστηριότητας.**

Το προτεινόμενο σενάριο έχει ως στόχο οι μαθητές:

- Να μαθηματικοποιήσουν το πρόβλημα, να μοντελοποιήσουν τα δεδομένα που τους δίνονται, να συνδέσουν μαθηματικά με πραγματικό κόσμο
- Να συνεργάζονται μεταξύ τους στις διάφορες φάσεις εξέλιξης των δραστηριοτήτων (διερεύνηση, επεξεργασία δεδομένων, έκφραση και επαλήθευση εικασιών)
- Να επικοινωνούν μέσα από μαθηματικές έννοιες, να αναπτύσσουν επιχειρηματολογία.
- Όταν βλέπουν ένα πραγματικό ή ακόμα και εικονικό πρόβλημα να αναγνωρίζουν τις μεταβλητές, να εκφράζουν συναρτησιακές σχέσεις, αντιλαμβάνοντας το ρόλο της ανεξάρτητης και εξαρτημένης μεταβλητής, όχι μόνο σε δύο μεγέθη αλλά και περισσότερα, δηλαδή να μπορούν να κατανοήσουν πολλαπλές συμμεταβολές μεγεθών ώστε να τις διαχειριστούν.
- Να μπορούν να σχεδιάσουν τις γραφικές παραστάσεις (ευθεία, παραβολές), κατανοώντας την ανάγκη αλλαγής της κλίμακας, αφού διερευνήσουν το εύρος των τιμών τόσο του πεδίου ορισμού όσο και του συνόλου τιμών.
- Να μπορούν να παίρνουν πληροφορίες από τις πολλαπλές αναπαραστάσεις ώστε να παίρνουν αποφάσεις και να λύνουν προβλήματα.

## **3. Ανάλυση της δραστηριότητας.**

### **Α φάση 1 ώρα**

Με αφορμή το πρόγραμμα σχολικής ανάπτυξης (Comenius) οι μαθητές θα ενημερωθούν για την πολιτική αύξησης των τιμών των αεροπορικών εισιτηρίων, θα γίνει συζήτηση για θέματα προσφοράς και ζήτησης, για θέματα κέρδους, για

ανάγκη μοντελοποίησης δεδομένων, για αναζήτηση εύρεσης εισιτηρίων μέσω διαδικτύου.

## Β φάση 1-2 ώρες

Σε αυτή τη φάση οι μαθητές εργάζονται σε εργαστήριο πληροφορικής όπου θα χρησιμοποιήσουν το λογισμικό αυτό για πρώτη φορά, για αυτό το φύλλο εργασίας1 έχει αναλυτικά την διαχείριση των μενυ των παραθύρων και των εντολών του.

Υπάρχει λοιπόν αρχικά μια καθοδήγηση μόνο στο λογισμικό περιβάλλον ώστε μέσα από το πρόβλημα να έχουμε την απαραίτητη εξοικείωση. Στο φύλλο εργασίας2 (άλλη διδακτική ώρα ) δεν συμβαίνει το ίδιο.

- Καλούνται οι μαθητές να κάνουν εικασίες για ποια τιμή του  $d$  θα αντιστοιχεί στην μέρα καταγραφής των παρατηρήσεων. Πολλοί μαθητές θα προτείνουν την τιμή 1 οπότε θα ζητηθεί να προσέξουν την διατύπωση του προβλήματος. (όταν άρχισε η καταγραφή των τιμών θεωρούμε ότι είναι μηδέν)
- Καλούνται οι μαθητές να συμπληρώσουν ένα πίνακα τιμών. Αν συμπληρώσουν 200, 205 , 210 θα γίνει συζήτηση να αναλύσουν αυτά τα ποσά ώστε να περιέχουν τις τιμές 1,2,3 της μεταβλητής δηλαδή  $200=195+1*5$ ,  $205=195+2*5$  κτλ. έτσι θα δούνε τα σταθερά και τα μεταβλητά. Αργότερα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι κάπως έτσι δίνουμε οδηγίες στο Fr όταν θέλουμε να κατασκευάσουμε το κουμπί της συνάρτησης αυτής.
- Οι μαθητές καλούνται να συμπληρώσουν τον διπλανό πίνακα είτε πληκτρολογώντας είτε με τη μέθοδο του γεμίσματος ,είτε εναλλακτικά αν το φύλλο εργασίας δοθεί και ηλεκτρονικά μπορεί να γίνει αντιγραφή από τον πίνακα στο Word στον πίνακα του λογισμικού

Γέμισμα

Γέμισμα:

Κατεύθυνση γεμίσματος:

πάνω

κάτω

Κάθε καταχώρηση θα είναι η προηγούμενη καταχώρηση

συν

μείον

επί

διά

την τιμή 1.0

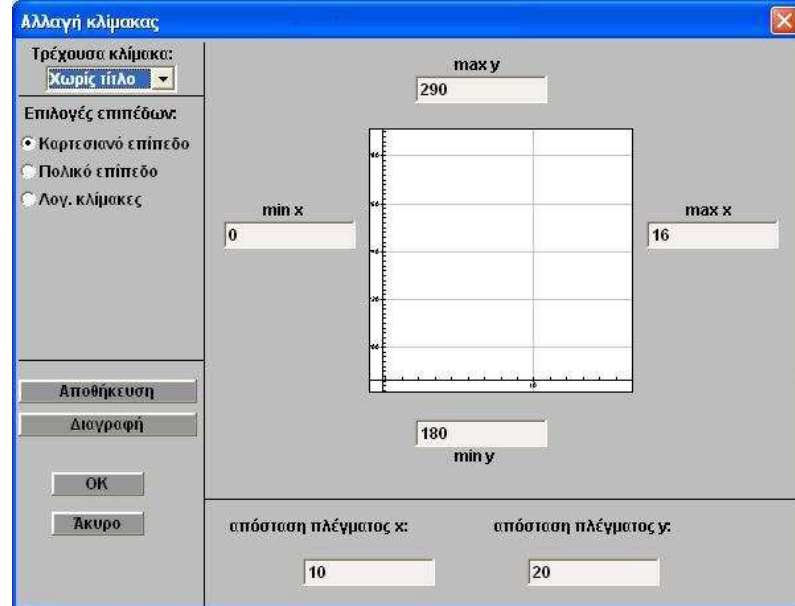
από 0 (αρχική τιμή)

έως 16 (τελική τιμή)

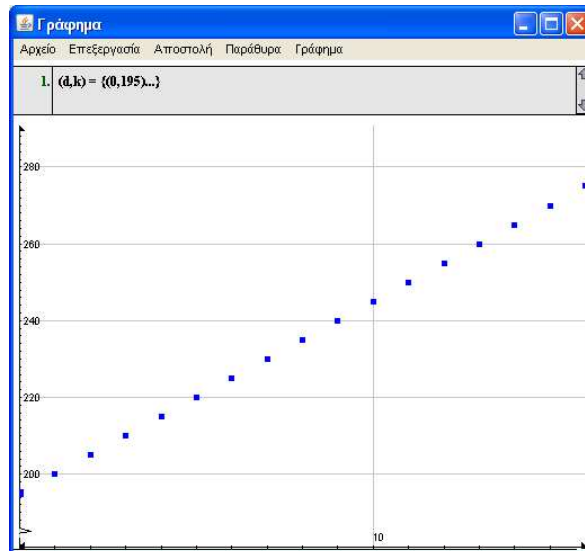
OK Ακύρω

Αρχείο Επεξεργασία Αποστολή	
d	k
ημέρα	Κόστος με την LOT
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

Όταν οι μαθητές σχεδιάσουν τα σημεία αυτά δεν θα είναι ορατά οπότε θα γίνουν δοκιμές, εικασίες, συζητήσεις αν οι τιμές πάνω στους άξονες (πεδίο ορισμού-σύνολο τιμών) ανταποκρίνονται με τον πίνακα τιμών



- Όταν ενώσουν τα σημεία και πληκτρολογήσουν την  $\psi=195+5 \cdot \chi$  θέλουμε να παρατηρήσουν την ταύτιση ευθείας –ευθ. τμήματος, R, R, όχι ακρότατα για την ευθεία, και αντίστοιχα  $[0, 16]$   $[195, 275]$  max, min για το ευθύγραμμο τμήμα, οπότε μπορεί να γίνει συζήτηση για αυτή τη διαφοροποίηση

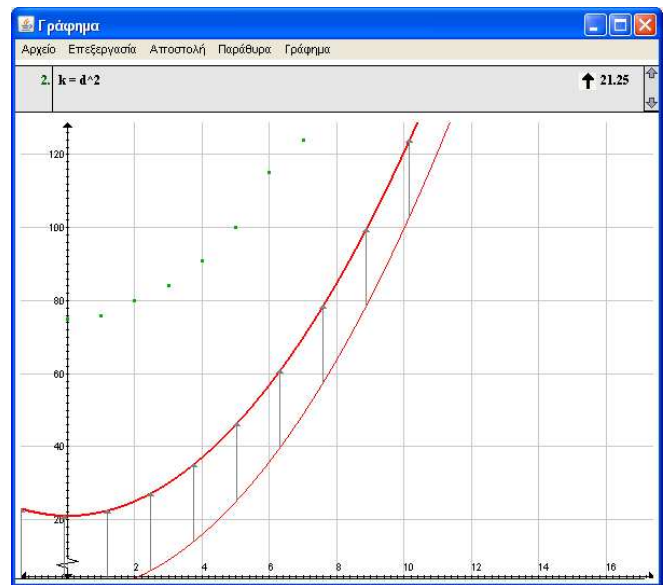


- Οι μαθητές θα εισάγουν τις τιμές για την άλλη εταιρία, οι τιμές αυτές είναι πολλές και θέλουμε πριν να πληκτρολογήσουν τις τιμές ή να ακολουθήσουν την μέθοδο Copy –Paste, να αναρωτηθούν αν μπορούν να

$d$	$k=195+5 \cdot d$	$p$	
ημέρα	κόστος με την LOT	κόστος με την ΜΑΔΕΥ	κ <sub>ε</sub>
0	195	75	
1	200	76	
2	205	80	
3	210	84	
4	215	91	
5	220	100	
6	225	115	
7	230	124	
8	235	144	
9	240	156	
10	245	175	
11	250	196	
12	255	219	
13	260	244	
14	265	271	
15	270	300	
16	275	331	

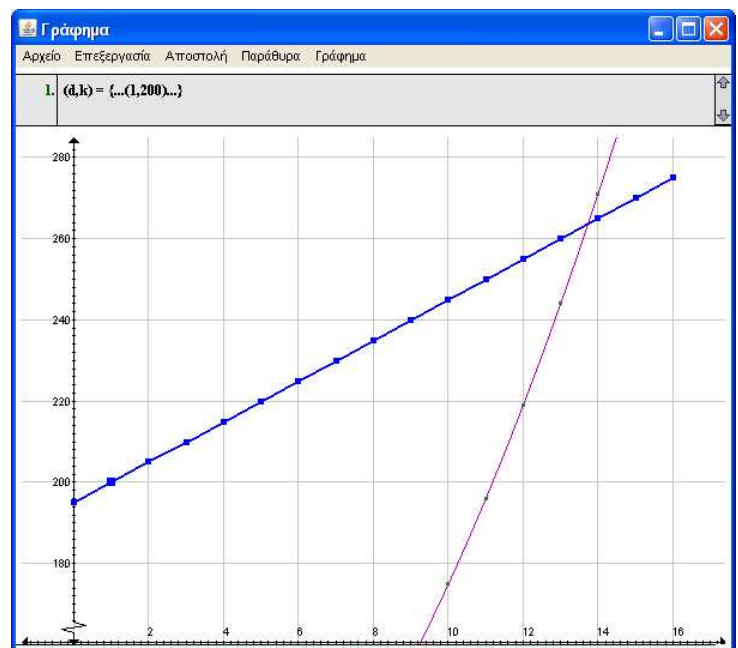
χρησιμοποιήσουν την μέθοδο γεμίματος (κρύβει μέσα της την λογική αριθμητικής – γεωμετρικής προόδου οπότε μπορεί να γίνει μια μικρή αναφορά σαν διδακτικό αντικείμενο που έχει συνάφεια με τις συναρτήσεις και θα διδαχθεί σε επόμενες τάξεις)

- Όταν οι μαθητές θα κάνουν τη σύνδεση του πίνακα τιμών της άλλης εταιρείας αναμένεται να εικάσουν ότι είναι η  $y=x^2$  αλλά και η  $y=x^2+75$ )



- Κατά τον μετασχηματισμό της  $y=x^2$  οι μαθητές πειραματίζονται και παρατηρούν πως κατά την μετατόπιση αλλάζει ο τύπος της συνάρτησης. Μπορεί οι μαθητές να ζητήσουν να μετακινήσουν τα σημεία προς τα κάτω ώστε να δουν αν ανήκουν στην γραφική παράσταση της  $y=x^2$ , οπότε μπορεί να γίνει συζήτηση. Επίσης μπορεί να ζητηθεί από τους μαθητές να κάνουν άλλες μετατοπίσεις ώστε να διερευνήσουν και να παρατηρήσουν κατά τις διάφορες μετατοπίσεις της  $y=x^2$  πως επηρεάζεται ο τύπος της

- Επειδή το σημείο τομής των δύο συναρτήσεων έχει άρρητες συν-νες αναμένονται διαφορετικές μεν απαντήσεις αλλά πολύ κοντινές. Μπορεί να γίνει συζήτηση για την καλύτερη προσέγγισή του με το μεγεθυντικό φακό. Στις πληροφορίες των συντεταγμένων του σημείου ενδιαφέρει κυρίως η τετμημένη και η ερμηνεία της σαν διάστημα μέρας, δηλ. μετά το μεσημέρι, πριν, ανάμεσα στην 13<sup>η</sup> και 14<sup>η</sup> ώρα κτλ.)



- Η εύρεση του κοινού σημείου καθώς και χρονικών περιόδων για το πότε συμφέρει η κάθε εταιρία, αποτελεί αφορμή για επίλυση μη γραμμικού συστήματος και για ανισώσεις δευτέρου βαθμού οι οποίες αντιμετωπίζονται εναλλακτικά αλγεβρικά.

## Γ φάση (1 ώρα)

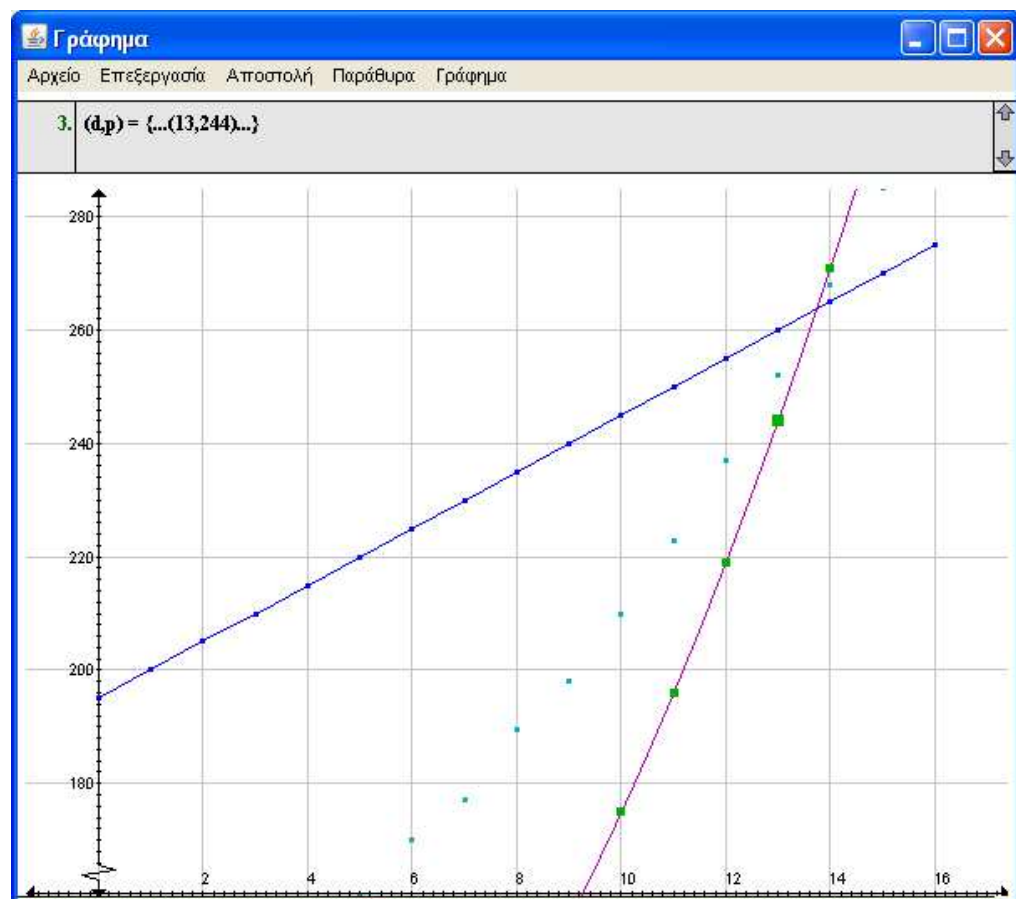
- Αναμένεται αρκετή δυσκολία στην εύρεση ενδιάμεσων τιμών, που στην ουσία είναι ο μέσος όρος των δύο τιμών. Κάποιοι μαθητές θα πειραματιστούν, θα βρουν την διαφορά  $k-p$  ή  $p-k$  θα την μοιράσουν στα δύο και θα την προσθέσουν

ημέρα	$k=195+5*d$ κόστος με την LOT	$p$ κόστος με την ΜΑΔΕΥ	$m=p+(k-p)/2$ κόστος με συνώνευση	$f=k+(k-p)/2$ λάθος εκτίμηση
0	195	75	135	255
1	200	76	138	262
2	205	80	142.5	267.5
3	210	84	147	273
4	215	91	153	277
5	220	100	160	280
6	225	115	170	280
7	230	124	177	283
8	235	144	189.5	280.5
9	240	156	198	282
10	245	175	210	280
11	250	196	223	277
12	255	219	237	273
13	260	244	252	268
14	265	271	268	262
15	270	300	285	255
16	275	331	303	247

στις  $p$  ή  $k$  και με το εργαλείο του πίνακα θα επαληθεύσουν τις εικασίες τους. Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται από τη μια η σωστή εκτίμηση και από την άλλη μια συνήθης λανθασμένη. Εδώ μπορεί να βοηθήσει ο διδάσκων τονίζοντας στους μαθητές αυτό που αναγράφει το φύλλο εργασίας τους, δηλαδή προτρέποντας να βρουν τη διαφορά τους να την μοιράσουν στα δύο και να την προσθέσουν στην κατάλληλη τιμή. Πρέπει στο τέλος να έχουμε  $(k+p)/2$

- Κατόπιν οι μαθητές έχουν να προσεγγίσουν τα ενδιάμεσα σημεία θέλοντας να παρατηρήσουν ότι θα μετασχηματίσουν την παραβολή και όχι την ευθεία.

Θα πειραματιστούν και με τα άλλα εργαλεία μετατόπισης και αυξομείωσης ή και συνδυασμό τους. Επειδή αναμένονται διαφορετικά αποτελέσματα, ζητείται από τους μαθητές να βρουν



δύο προσεγγιστικές γραφικές παραστάσεις

Μπορεί οι μαθητές να εικάσουν ότι η ζητούμενη θα είναι το ημίθροισμα της  $\psi=195+5x$  με την  $\psi=x^2+95$ , οπότε θα γίνει συζήτηση, να κρατήσουν αυτή σαν μία προσεγγιστική, να την κατασκευάσουν.

Θέλουμε οι μαθητές να επιλέξουν συγκριτικά την πιο αντιπροσωπευτική, για αυτό τους ζητάμε μέσω της αριθμομηχανής να περάσουν τιμές στον πίνακα και από εκεί να βρουν ποια από τις δύο έχει τιμές πιο κοντά στις πραγματικές ενδιάμεσες τιμές.

Τα βήματα είναι: **ΓΡΑΦΗΜΑ /Αποστολή/Τύπος ως κουμπί σε αριθμομηχανή**

Ανοίγουμε το παράθυρο Αριθμομηχανή και πληκτρολογούμε 0 και μετά πατάμε το κουμπί G2 που δημιουργήθηκε

### **ΑΡΙΘΜΟΜΗΧΑΝΗ/ αποστολή/τιμή σε πίνακα**

Αναμένουμε οι μαθητές να βρουν ένα τρόπο να συγκρίνουν αυτές τις τιμές με τις πραγματικές.

Θα βρουν πιθανό τις διαφορές και θα τις αθροίσουν, οπότε θα γίνει συζήτηση αν αυτό είναι λάθος ή σωστό, να προσθέτουμε θετικές με αρνητικές ποσότητες. Έτσι θα προκύψει η ανάγκη να βρουν τις διαφορές σε απόλυτη τιμή.

Μετά από αυτό θα πρέπει να συγκρίνουν τα αθροίσματα και να αποφασίσουν ότι πιο αντιπροσωπευτική είναι αυτή με το μικρότερο άθροισμα.

### **Η ροή εφαρμογής των δραστηριοτήτων:**

Η ροή εφαρμογής των δραστηριοτήτων είναι ακολουθιακή, δηλαδή η μία φάση ακολουθεί την άλλη

#### **- Τα εργαλεία:**

- Το εργαλείο του γεμίσματος είναι εύχρηστο, γρήγορο, απαλλάσσει από πιθανά λάθη και μπορεί να γίνει αφόρμιση για την έννοια της προόδου
- Το εργαλείο της γραφικής παράστασης μαζί με την αλλαγή της κλίμακας δίνουν την ακριβή αναπαράσταση των σημείων αλλά και των γραφικών παραστάσεων.
- Τα εργαλεία των μετασχηματισμών κάνουν εφικτή την εύρεση της συνάρτησης που μοντελοποιεί τα δεδομένα
- Το πέρασμα τιμών από την μια αναπαράσταση του FP σε μια άλλη βοηθά σε ένα δυναμικό και συσχετιζόμενο τρόπο της κατανόησης τιμών, πράξεων, πίνακα τιμών, γραφημάτων.

#### **- Οι πηγές:**

- Το διαδίκτυο για την εύρεση πληροφοριών για τιμές αεροπορικών ταξιδιών

#### **- Αναφορά στο ρόλο και την κοινωνική ενορχήστρωση της τάξης:**



- Οι μαθητές θα εργαστούν σε ομάδες των δύο ή τριών μαθητών, έχουν μπροστά τους το φύλλο εργασίας, τον Η-Υ με το λογισμικό FP , χαρτί και μολύβι για να κρατούν σημειώσεις.  
Σε κάθε φάση είναι αναγκαίος ο καταμερισμός εργασιών, όπου ένας μαθητής χειρίζεται το λογισμικό, ένας διαβάζει και απαντά το φύλλο εργασίας, ο άλλος συνεπικουρεί και στους δύο. Όταν τελειώνει μια διεργασία πρέπει να συζητούν μεταξύ τους τι ακριβώς έκαναν και πώς το έκαναν. Αμέσως ή λίγο μετά εναλλάσσονται στις ευθύνες τους.
- Μέσα από τις προσφερόμενες/διαθέσιμες αναπαραστάσεις οι μαθητές διερευνούν, προβληματίζονται, επικοινωνούν, συζητούν , κατασκευάζουν μαθηματικά νοήματα ,εκφράζονται μέσω των εννοιών των μαθηματικών.
- Ο εκπαιδευτικός πρέπει να είναι έτοιμος να διαφοροποιεί το ρόλο του, να βλέπει τα ενδεχόμενα λάθη των μαθητών σα ενδιάμεση γνώση, να ανατροφοδοτεί την διδασκαλία.

Ο Η-Υ και πολύ περισσότερο το εκπαιδευτικό λογισμικό είναι το διαμεσολαβητικό εργαλείο που επηρεάζει και καθορίζει τη διδασκαλία μέσα από τα πολλά αναπαραστατικά του εργαλεία.

#### 4. Αξιολόγηση μετά την εφαρμογή:

Ο εκπαιδευτικός αξιολογεί τα παρακάτω:

Κατανόηση του ρόλου και της χρήσης των μεταβλητών μέσα στο πρόβλημα.

Κατανόηση των συναρτησιακών σχέσεων που τίθενται μέσα στο πρόβλημα.

Κατά πόσο καλά έκαναν τις απαραίτητες αλλαγές στους άξονες

Αν μπόρεσαν να ερμηνεύσουν σωστά την σημασία του σημείου τομής και αν απάντησαν σωστά τότε συμφέρει η μια και τότε η άλλη εταιρία

Αν μπόρεσαν να υλοποιήσουν την διαδικασία μετασχηματισμού ώστε να μοντελοποιήσουν ένα γράφημα από σημεία.

Αν μπόρεσαν να βρουν τρόπο ώστε μεταξύ δύο προσεγγιστικών λύσεων, να βρουν την καλύτερη.

#### 5. Επέκταση της δραστηριότητας.

Κατά τη συγχώνευση των εταιριών θα μπορούσε να ζητηθεί από τους μαθητές να διαμορφώσουν δύο νέες πολιτικές τιμών.

Η μία να αποφέρει στην εταιρία τα περισσότερα κέρδη (Η LOT μέχρι και την 14<sup>η</sup> μέρα και η Malev μέχρι την 16<sup>η</sup> ) και η άλλη να αποφέρει στους πελάτες το μεγαλύτερο όφελος.

#### Βιβλιογραφία

- Ψυχάρης, Γ (...<<Διόδια Αττικής Οδού>>. Σενάριο από το ψηφιακό υλικό για την εκπαίδευση επιμορφωτών Β επιπέδου, ΠΑΚΕ Βόλου
- Άλγεβρα Α λυκείου , Σχολικό βιβλίο ΟΕΔΒ 2008
- Βιβλίο καθηγητή για το Function Prode ITY, ΠΙ Αθήνα 2001

# ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ1

Τάξη Α Λυκείου

Ημερ. \_\_\_\_\_

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΑ ΟΜΑΔΑΣ

---

Το σχολείο σου ταξίδεψε στη Βαρσοβία την πρωτεύουσα της Πολωνίας προκειμένου να συμμετάσχει σε πρόγραμμα Comenius ταξίδεψε αεροπορικά. Πριν την πτήση έγινε διερεύνηση σε 2 εταιρείες για την τιμή του εισιτηρίου

Η εταιρεία LOT όταν ξεκίνησε η καταγραφή των τιμών, είχε τιμή εισιτηρίου κατά άτομο 195 Ευρώ και έκτοτε αύξανε την τιμή κατά 5 Ευρώ/μέρα, μέχρι και τη μέρα πτήσης

Η εταιρεία MALEV είχε τιμές εισιτηρίων όπως φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Ημέρα	Κόστος εισιτηρίου με MALEV σε Ευρώ
0	75
1	76
2	80
3	84
4	91
5	100
6	115
7	124
8	144
9	156
10	175
11	196
12	219
13	244
14	271
15	300
16	331

Στο Λογισμικό Function Pro στο παράθυρο Πίνακας ορίστε μεταβλητή  $d$  για την ημέρα,  $k$  για το κόστος σε Ευρώ με την πρώτη εταιρεία. Περάστε τις τιμές για την μεταβλητή  $d$

Χρησιμοποιήστε για ευκολία τις επιλογές στο παράθυρο του πίνακα **Πίνακας/Γέμισμα**



ημέρα	κόστος με την LOT
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

2) Διερευνήστε ποια μπορεί να είναι η συνάρτηση που συνδέει το κόστος (μεταβλητή  $k$ ) με τη μέρα (μεταβλητή  $d$ )  
Για το λόγο αυτό συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:

ημέρα (μεταβλητή $d$ )	0	1	2	3
Κόστος εισιτηρίου με LOT (μεταβλητή $k$ )	195			

Συμπληρώστε τον τύπο.....

Πληκτρολογήστε τον τύπο της συνάρτησης στο παράθυρο ΠΙΝΑΚΑΣ του λογισμικού FP . Τι παρατηρείτε; Επαληθεύονται οι τιμές του παραπάνω πίνακα;

3) Στο παράθυρο ΠΙΝΑΚΑΣ του λογισμικού FP

$d$	$k=195+5*d$
-----	-------------

- να μετακινήσετε τα μεταβλητά μαύρα  $x, y$  ώστε να αντιστοιχούν στις μεταβλητές  $d, k$
- Επιλέξτε την πρώτη στήλη
- επιλέξτε **Αποστολή /σημεία σε γράφημα.**
- Ανοίξτε τώρα το παράθυρο ΓΡΑΦΗΜΑ του λογισμικού FP.
  - Γιατί δεν φαίνονται τα σημεία; Παρατηρήστε τις τιμές πάνω στους άξονες (πεδίο ορισμού- σύνολο τιμών) Ανταποκρίνονται με τον πίνακα τιμών;  
απάντηση.....

.....  
.....

- Επιλέξτε στο παράθυρο ΓΡΑΦΗΜΑ **γράφημα/ αλλαγή κλίμακας**, προσαρμόστε τις τιμές των μεταβλητών και δώστε προσοχή στην απόσταση του πλέγματος για κάθε μεταβλητή
- Επιλέξτε στο παράθυρο ΓΡΑΦΗΜΑ **γράφημα/σύνδεση σημείων** ώστε να ενώσετε τα σημεία αυτά.

Ανοίξτε το παράθυρο ΕΡΓΑΛΕΙΟΘΗΚΗ



και με το κουμπί  $y=$  δημιουργήστε την συνάρτηση  $k=195+5*d$

Με τα βέλη μπορείτε να βλέπετε τους τύπους τους, τις δύο γραφικές παραστάσεις



- Τι παρατηρείτε για τις δύο γραφικές παραστάσεις ως προς:
- Τη θέση τους;
- Τα πεδία ορισμού- σύνολα τιμών;
- Τα ακρότατά τους;

Απάντηση.....  
 .....  
 .....

4) Στο παράθυρο ΓΡΑΦΗΜΑ

- Δημιουργήστε τώρα μια νέα **μεταβλητή p** για το κόστος εισιτηρίου με την αεροπορική εταιρεία MALEV, δώστε σαν όνομα ετικέτας **κόστος με τη MALEV** και εισάγετε τις τιμές όπως αυτές δίνονται στην αρχή του φύλλου εργασίας
- Κατόπιν σύρτε το  $y$  ώστε να είναι πάνω ακριβώς από τη μεταβλητή  $p$  και ενώ έχετε επιλεγμένη την πρώτη στήλη επιλέξτε **Αποστολή /σημεία σε γράφημα**
- Χρειάζεται να κάνετε τροποποιήσεις στην αλλαγή της κλίμακας ώστε να είναι ορατά τα σημεία;  
Απάντηση.....
- Να ενώσετε τα σημεία.
- Τι παρατηρείτε; Η καμπύλη αυτή είναι γραφική παράσταση μιας γραφικής παράστασης;  
Απάντηση.....
- Αν όχι με ποια βασική συνάρτηση φαίνεται να σχετίζεται αυτή η καμπύλη;

Απάντηση.....  
 .....  
 Αποσυνδέστε τα σημεία

5) Στο παράθυρο ΓΡΑΦΗΜΑ

- πληκτρολογήστε την  $y=x^2$
- πατήστε Enter,
- Από το **γράφημα/επιλογές γραφήματος** επιλέξτε **εμφάνιση μετασχηματισμών**
- επιλέξτε την Εργαλειοθήκη
- από την μετατόπιση πάρτε την κατακόρυφη
- Μετατοπίστε την  $y=x^2$  ώστε να συμπίπτει με τα ενωμένα σημεία.



6) Ποια συνάρτηση έχει δημιουργηθεί;  
Απάντηση.....

Πόσο μετατοπίστηκε προς τα πάνω;

Απάντηση.....

Η μετατόπιση αυτή πως επηρέασε τον τύπο της  $y=x^2$  ;

Απάντηση.....

7) Στο παράθυρο ΕΡΓΑΛΕΙΟΘΗΚΗ



Πάρτε το εργαλείο της αποτύπωσης σημείου

Αποτυπώστε το σημείο τομής της ευθείας  $y=195+5x$  και της παραβολής  $y=x^2$  και καταγράψτε τις συν-νες του.

Απάντηση.....

Τι πληροφορία μας δίνουν οι συν-νες αυτού του σημείου;

Απάντηση.....

Ποιά διαστήματα συμφέρει να κλείσει κάποιος με την μια εταιρεία και ποια με την άλλη;

Απάντηση.....

# ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ2

## Τάξη Α Λυκείου

Ημερ. \_\_\_\_\_

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΑ ΟΜΑΔΑΣ

---

Είμαστε στην εποχή των μεγάλων οικονομικών εξαγορών και συγχωνεύσεων, τις δύο αεροπορικές εταιρείες σχεδιάζει να συγχωνεύσει η Πολωνική LOT αφού εξαγόρασε την Ουγγρική MALEV . Αποφασίζει λοιπόν να δημιουργήσει ενδιάμεσες τιμές στα εισιτήρια πχ. Η αρχική τιμή 195 και 75 θα γίνει 135 ευρώ δηλαδή απέχει κατά 60 που είναι η διαφορά, και από τις δύο τιμές.

- ❖ Βρείτε μια συνάρτηση  $m$  μεταξύ των μεταβλητών  $k, p$

Απάντηση.....

- ❖ Υπολογίστε τις τιμές της σε νέα στήλη στο λογισμικό σας.
- ❖ Δώστε στο γράφημα τα σημεία αυτά και ενώστε τα
- ❖ Ποια λέτε να είναι κατά προσέγγιση η γραφική παράσταση;

Απάντηση.....

- ❖ Προσπαθήστε να μετακινήσετε κάποια γνωστή καμπύλη που σας φαίνεται ότι προσεγγίζει καλύτερα τα σημεία αυτά .
  - ❖ Ποιο εργαλείο ταιριάζει εδώ , μήπως συνδυασμός τους;
- Απάντηση.....

.  
Βρείτε δύο συναρτήσεις που να προσεγγίζουν περισσότερο τα σημεία

- ❖
  - ❖ Στο παράθυρο ΓΡΑΦΗΜΑ επιλέξτε την μία γραφική παράσταση και **Αποστολή/Τύπος ως κουμπί σε αριθμομηχανή**
  - ❖ Ανοίξτε το παράθυρο Αριθμομηχανή και πληκτρολογήστε 0 και μετά πατήστε το κουμπί G2 που δημιουργήθηκε
  - ❖ Στο παράθυρο ΑΡΙΘΜΟΜΗΧΑΝΗ ΕΠΙΛΕΞΤΕ **αποστολή/τιμή σε πίνακα**
  - ❖ Να κάνετε το ίδιο και για τις άλλες τιμές
  - ❖ Να κάνετε παρόμοια εργασία (αποστολή σε αριθμομηχανή-αποστολή σε πίνακα) και για τη δεύτερη προσεγγιστική συνάρτηση
  - ❖ Από το παράθυρο ΠΙΝΑΚΑΣ να συγκρίνεται τις τιμές αυτές με τις πραγματικές
  - ❖ Ποια είναι η συνάρτηση που μοντελοποιεί καλύτερα τα ενδιάμεσα σημεία;
- Απάντηση.....
- .